

SF1624 Algebra och geometri

Fjärde föreläsningen

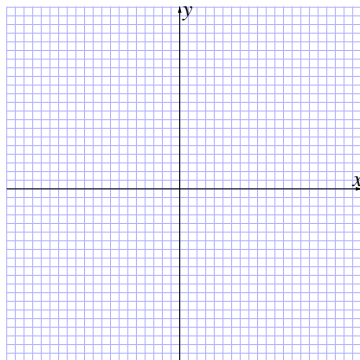
Mats Boij

Institutionen för matematik
KTH

3 november, 2009

Planet och rummet

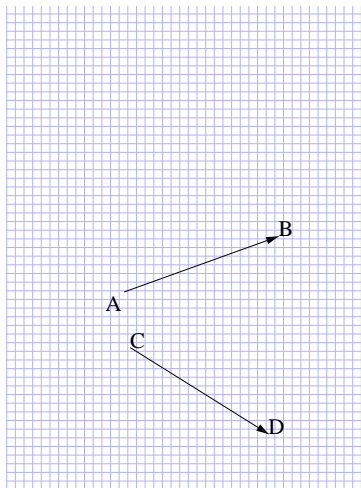
- ▶ För att beskriva punkter i planet eller rummet använder vi **koordinater**.
- ▶ För att få koordinater behöver vi ett **origo** och **koordinataxlar**.
- ▶ Vi väljer ofta koordinataxlarna vinkelräta mot varandra.
(ortogonala)



Vektorer

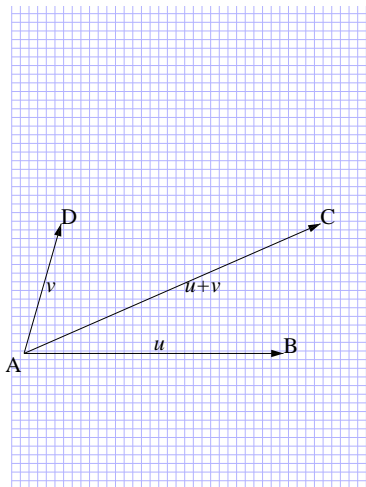
Att räkna med vektorer har visat sig väldigt användbart inom många områden, exempelvis

- ▶ mekanik - att räkna med krafter
- ▶ elektricitetslära - att räkna med elektriska fält
- ▶ datorgrafik - att kunna beskriva geometriska objekt och hur ljuset speglas i dem



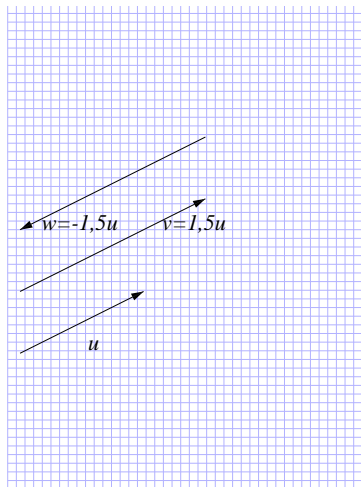
Addition av vektorer

- ▶ vektorer som har samma **längd** och samma **riktning** räknas som samma vektor.
- ▶ Vi kan addera vektorer genom att lägga dem efter varandra.
- ▶ Det är samma sak som att ta diagonalen i parallelogrammet de spänner.



Multiplikation med skalär

- ▶ De vanliga reella talen kallar vi för **skalärer**.
- ▶ Vi kan multiplicera med skalärer, a , genom
 - ▶ multiplicera längden med a om $a \geq 0$.
 - ▶ multiplicera längden med $-a$ och byt riktning om $a < 0$.



Räknelagar

Som vanligt uppfyller de operationer vi infört några naturliga räknelagar:

- ▶ $u + 0 = 0 + u = u$
- ▶ $u + (v + w) = (u + v) + w$
- ▶ $u + v = v + u$
- ▶ $u + (-u) = (-u) + u = 0$
- ▶ $(a + b)u = au + bu$
- ▶ $a(u + v) = au + av$
- ▶ $(ab)u = a(bu)$

Projektion

Vi kan **projicera** en vektor på en annan vektor genom

$$\text{Proj}_v u = \frac{|u| \cos \theta}{|v|} v$$

där θ är vinkeln mellan u och v . Detta är en vektor med

- ▶ samma riktning som v och längd $|u| \cos \theta$ om $\cos \theta \geq 0$
- ▶ omvänd riktning mot v och längd $-|u| \cos \theta$ om $\cos \theta < 0$.

Denna uppfyller att $u - \text{Proj}_v u$ är vinkelrät (ortogonal) mot v .